METEO FRANCE
Toujours un temps d'avance

CONCOURS EXTERNE SPECIAL POUR LE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEUR(E)S DES TRAVAUX DE LA METEOROLOGIE ET D'ELEVES INGENIEUR(E)S DE L'ECOLE NATIONALE DE LA METEOROLOGIE

SESSION 2015

****

EPREUVE ECRITE OBLIGATOIRE

METEOROLOGIE

Durée : 4 heures　　　　Coefficient : 6

La rigueur, le soin et la clarté apportés à la rédaction des réponses seront pris en compte dans la notation.
L'utilisation d'une calculatrice de poche, standard, programmable, alphanumérique ou à écran graphique est autorisé, à condition que son fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante ni de dispositif externe de stockage (cartes, clefs USB, etc...).
L'utilisation de toute autre documentation sur support papier ou électronique est strictement interdite.

Documents fournis avec les copies : deux émagrammes.

Cette épreuve aborde trois domaines différents :

- Domaine A : METEOROLOGIE GENERALE
- Domaine B : METEOROLOGIE DYNAMIQUE
- Domaine C : COUCHE LIMITE

Le candidat doit traiter l'ensemble de l'épreuve.

IMPORTANT : CHACUN DES DOMAINES A, B ET C DOIT ETRE REDIGE SUR UNE COPIE SEPAREE.
Pour tout document annexe rendu avec la copie, le candidat portera sur celui-ci le nom du centre d'examen où il passe l'épreuve, le numéro de la place occupée et la partie concernée, à l'exclusion de toute autre information.
En haut et à gauche de chacune des copies doubles et des documents annexes, le candidat devra porter un numéro d'ordre (1/N, 2/N, N/N, N correspondant au nombre total de documents rendus).

Ce sujet comporte 8 pages (page de garde incluse).

Météo-France, établissement public administratif
sous la tutelle du ministère chargé des transports
certifié ISO 9001-2000 par BVQI
Direction des ressources humaines
73, avenue de Paris 94165 Saint-Mandé Cedex

Domaine A : METEOROLOGIE GENERALE

Pièce jointe : deux émagrammes à rendre avec la copie.

Partie I :

On considère une particule d'air à une pression P de 1000 hPa et une température t de 12 °C.
On donne la formule de Tétens qui permet d'évaluer la tension de vapeur saturante e_w en fonction de t :

$$e_w(t) = 6{,}107 \times 10^{\left(\frac{at}{t+b}\right)}$$

La température t est en °C, e_w en hPa ; a = 7,5 b = 237,3 °C

1] **a]** Définir la température du point de rosée notée t_d de la particule. Evaluer ce paramètre si la particule définie précédemment est saturée.

b] Définir l'humidité relative U d'une particule ainsi que le rapport de mélange noté r. Calculer r pour la particule précédente dans le cas de la saturation.

c] L'humidité U passe à 70%. Evaluer r par le calcul et t_d graphiquement sur l'émagramme fourni.

d] Dans les conditions du c], la température descend à 4°C à pression constante. Evaluer la masse d'eau condensée par kg d'air sec et décrire les phénomènes atmosphériques susceptibles d'être observés.

2] **a]** Quels phénomènes atmosphériques pourraient s'apparenter à une détente et une compression adiabatiques ? Définir la température potentielle θ d'une particule d'air.

b] Définir le pseudo-adiabatisme. Quels types de phénomènes pourraient être associés à une détente et une compression pseudo-adiabatique ?

c] Définir la température pseudo-adiabatique potentielle du thermomètre mouillé θ'_w d'une particule d'air.

e] On définit la température « du point bleu » d'une particule d'air : c'est celle lue sur un émagramme au point obtenu par la projection du point de condensation sur la ligne isobare du point d'état. Elle est notée t'_w.

Evaluer les paramètres θ, θ'_w et t'_w dans le cas de la particule décrite en 1]c].
Même chose si la particule conserve sa température et son rapport de mélange mais se trouve à 850 hPa.

3] La particule précédente part de son niveau initial 1000 hPa, subit une ascendance jusqu'à 700 hPa et redescend au niveau 950 hPa.

a] Représenter ces transformations sur l'émagramme.

b] Evaluer la masse d'eau condensée par kg d'air sec au cours de l'ascendance.

c] Montrer que l'humidité relative peut être estimée par le rapport r/r_w, r désignant le rapport de mélange et r_w le rapport de mélange saturant de la particule. Evaluer les nouvelles valeurs de la température et de l'humidité après la descente au niveau 950 hPa.

d] Même question si au cours de la descente la particule reste saturée jusqu'au niveau 800 hPa.

Partie II :

On considère le tableau de valeurs suivant correspondant à un radiosondage :

P(hPa)	1000	960	850	700	600	500	350	270	150
t (°C)	12	17	14	2	-6	-16,5	-33	-53	-55
t'_w (°C)	12	16	10	0	-9	-18,5	-34		

1] Tracer sur un émagramme la courbe d'état - ensemble des points E(P, t) - et la courbe bleue - ensemble des points B(P, t'_w) du sondage.

2] **a]** Exprimer et justifier l'expression de la flottabilité d'une particule en fonction de sa température virtuelle et de celle de l'air ambiant à son niveau.
On négligera pour cela la viscosité, le freinage hydrodynamique et le poids en eau de la particule.

b] Dans ces conditions calculer la flottabilité d'une particule d'air issue du niveau 960 hPa et propulsée au niveau 700 hPa. Pour cela on assimilera les températures virtuelles aux températures d'état.
Que deviendrait cette flottabilité si la température du point de rosée au niveau initial était de 11 °C ?

c] Dans les deux cas évaluer l'évolution de la vitesse verticale de la particule d'air après 2 minutes dans les conditions obtenues à 700 hPa. Commenter.

3] Indiquer sur l'émagramme les critères de stabilité et d'instabilité des couches du sondage ainsi que les formations nuageuses éventuellement associées.
Préciser s'il y a lieu les différents niveaux de convection libre.

4] **a]** Montrer que la variation d'énergie cinétique verticale massique d'une particule est proportionnelle à une surface de l'émagramme que l'on précisera.

b] Définir les paramètres CIN, CAPE et DCAPE.
Représenter graphiquement sur l'émagramme les surfaces associées à ces paramètres.

5] Préciser les évolutions du temps sensible observé, et notamment de la nébulosité, si la température au sol augmente de 8 °C dans la journée, le rapport de mélange moyen sur la couche d'inversion restant le même.
Quel serait l'apport de la variation de la CAPE dans votre prévision ?

Domaine B : Meteorologie dynamique

1) Dérivées lagrangienne et eulérienne

On considère des conditions atmosphériques telles que la pression de surface décroît de 3 hPa pour 180 km en direction de l'est. Un bateau se dirigeant vers l'est à la vitesse de 10 km/h mesure une chute de pression de 1 hPa en 3h. En déduire la tendance de pression mesurée sur une île située à proximité du bateau.

2) Moment cinétique absolu

Dans le référentiel local, on repère une particule de masse volumique ρ par sa longitude λ, sa latitude φ et sa distance au centre de la terre *r*. La vitesse relative de la particule est déterminée par ses trois composantes : le vent zonal *u* (vitesse relative tangente aux cercles de latitude), le vent méridien *v* (vitesse relative tangente aux cercles de longitude) et la vitesse verticale *w*. On note Ω la vitesse de rotation de la Terre sur elle-même.

1. Rappeler les expressions des trois composantes du vent en fonction des coordonnées sphériques.
2. Démontrer que l'équation d'évolution du moment cinétique absolu σ_a d'une particule d'air peut s'écrire : $\dfrac{D\sigma_a}{Dt} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial \lambda}$
3. Dans le cas particulier où l'on peut négliger les variations de la pression *p* dans la direction zonale, que devient cette équation ?
4. En déduire la vitesse zonale théorique d'une particule qui part de l'équateur avec une vitesse zonale relative nulle lorsqu'elle arrive à la latitude 30°. On négligera ici l'altitude de la particule devant le rayon moyen de la Terre
5. Cette valeur théorique de vitesse est-elle observée dans l'atmosphère ? Pourquoi ?

Données :

- *L'expression du moment cinétique absolu d'un point de l'atmosphère par unité de masse, par rapport à l'axe de rotation de la Terre :* $\sigma_a = r\cos(\varphi)\left(\Omega r\cos(\varphi) + u\right)$.
- *L'équation d'évolution du vent zonal en coordonnées sphériques :*
$$\frac{Du}{Dt} - \frac{uv}{r}tg(\varphi) + \frac{uw}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{1}{r\cos(\varphi)}\frac{\partial p}{\partial \lambda} + 2\Omega v\sin(\varphi) - 2\Omega w\cos(\varphi)$$
- *Le rayon moyen de la Terre : a = 6371229 m*
- *La vitesse de rotation de la Terre :* $\Omega = 7{,}292\times10^{-5}\,rad.s^{-1}$

3) Equation de continuité

1. Rappeler la forme lagrangienne de l'équation de continuité (conservation de la masse) pour une particule de masse unité. En déduire l'expression eulérienne de l'équation de continuité.

2. Quelle est la signification physique d'un fluide incompressible ? A quelle expression se réduit l'équation de continuité dans ce cas ?

4) Tourbillon potentiel quasi-géostrophique

L'objectif de cet exercice est de démontrer que le système d'équations quasi-géostrophique (QG), utilisé pour l'étude des phénomènes d'échelle synoptique aux moyennes latitudes, possède un invariant lagrangien : le tourbillon potentiel quasi-géostrophique (noté *q*) :

$$q = f_0 + \xi_g + \frac{f_0}{N_0^2}\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z}$$

On note f_0 le paramètre de Coriolis, ξ_g le tourbillon géostrophique, g la gravité, θ_0 la température potentielle moyenne de l'atmosphère et $N_0^2 = \frac{g}{\theta_0}\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$ la stabilité statique de l'atmosphère.

Les hypothèses et les données de l'exercice sont les suivantes :

- On se place sur un *f*-plan ($f=f_0=cste$)

- On se place dans le cadre de l'approximation de Boussinesq :
  α étant un champ météorologique quelconque :
  $\alpha(x,y,z,t) = \bar{\alpha}(z) + \tilde{\alpha}(x,y,z,t)$, $|\tilde{\alpha}| << |\bar{\alpha}|$, $\bar{\rho}(z) = \rho_0 = cste$

- On suppose que l'atmosphère est en équilibre hydrostatique, ce qui se traduit avec l'approximation de Boussinesq par un équilibre entre le terme de pression et la flottabilité : $\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} = g\frac{\tilde{\theta}}{\theta_0}$

- Le vent horizontal $\vec{V}_h$ s'écrit comme la somme du vent géostrophique $\vec{V}_g = (u_g, v_g)$ et du vent agéostrophique $\vec{V}_a(u_a, v_a)$

- L'expression vectorielle du vent géostrophique est : $\vec{V}_g = \frac{1}{\rho_0 f_0}\vec{k} \times \vec{\nabla}_h(p)$

- La dérivée lagrangienne implique l'advection par le vent géostrophique :
  $\frac{D_g}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_g\frac{\partial}{\partial x} + v_g\frac{\partial}{\partial y}$

- Les deux équations QG du mouvement horizontal sont : $\begin{cases} \dfrac{D_g u_g}{Dt} = f_0 v_a \\ \dfrac{D_g v_g}{Dt} = -f_0 u_a \end{cases}$

- L'équation QG de la thermodynamique adiabatique s'écrit : $\dfrac{D_g \tilde{\theta}}{Dt} = -\dfrac{\theta_0}{g} N_0^{\,2}\, w$

1. En combinant l'équation d'équilibre hydrostatique et la définition du vent géostrophique, trouvez une relation entre le cisaillement vertical de vent géostrophique et le gradient horizontal du champ thermique. En déduire les deux composantes scalaires de la relation du vent thermique. Cette relation est-elle vérifiée à grande échelle dans l'atmosphère ? Justifier votre réponse.

2. Exprimer le tourbillon géostrophique ξ_g en fonction de la pression *p*. En déduire le signe de ξ_g si l'on considère un minimum de pression dans l'hémisphère nord.

3. Démontrer que l'équation QG de continuité s'écrit : $\dfrac{\partial u_a}{\partial x} + \dfrac{\partial v_a}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z} = 0$.

4. A partir des équations QG du mouvement horizontal et de l'équation QG de continuité, établir l'équation QG d'évolution du tourbillon géostrophique : $\dfrac{D_g \xi_g}{Dt} = f_0 \dfrac{\partial w}{\partial z}$

5. A partir de l'équation QG d'évolution du tourbillon géostrophique et de l'équation QG de la thermodynamique adiabatique, démontrer que le tourbillon potentiel quasi-géostrophique *q* est conservé le long de toute trajectoire géostrophique, c'est à dire que : $\dfrac{D_g q}{Dt} = 0$.

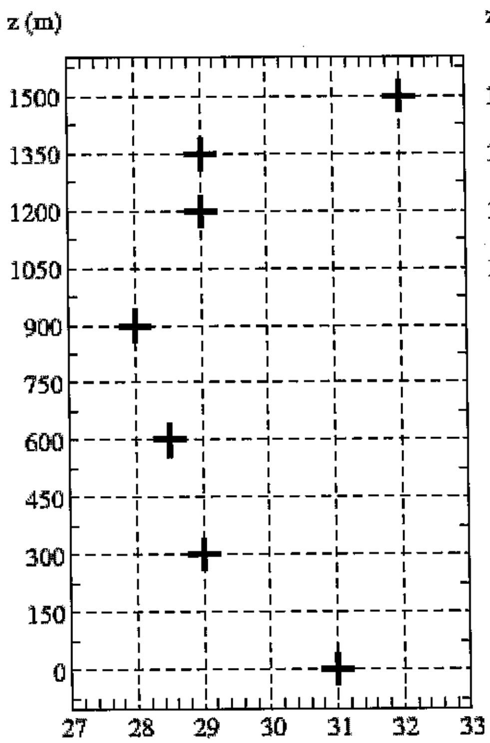
Domaine C : Couche limite

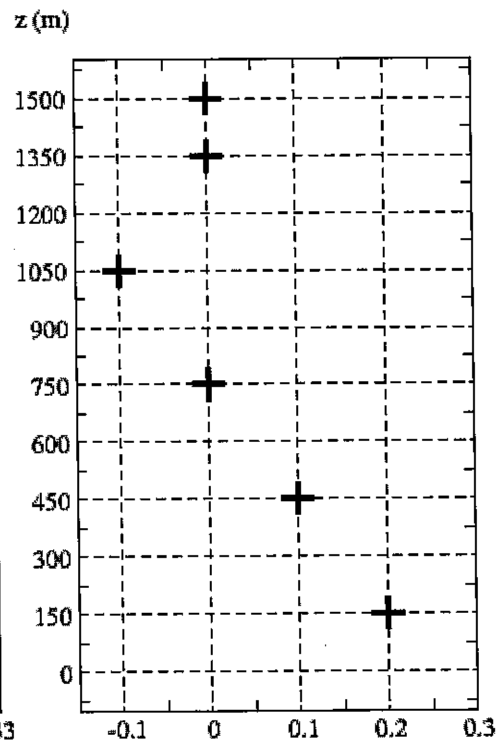
L'équation d'évolution temporelle de la température potentielle θ de la couche limite atmosphérique (CLA) sèche peut s'écrire de la façon suivante : $\frac{d\theta}{dt} = \nu_\theta \Delta\theta$ (1)

On suppose que la divergence du vent est nulle et on pourra utiliser, si besoin, les valeurs indiquées dans le tableau suivant :

ρ_{air}	Masse volumique de l'air	1,2 kg m^{-3}
C_p	Chaleur spécifique à pression constante	1005 J kg^{-1} K^{-1}
κ	Constante de Karman (kappa)	0,4
ν_θ	Coefficient cinématique d'échange pour la chaleur	2 x 10^{-5} m^2 s^{-1}

1) Quelle hypothèse a été faite pour obtenir l'équation (1) ?
2) Rappeler la définition des axiomes de Reynolds, et établir l'équation, notée (2), d'évolution de la température potentielle moyenne $\overline{\theta}$.
3) Simplifier l'équation (2) dans la CLA homogène horizontalement, mais non stationnaire.
4) Les graphes ci-dessous donnent des mesures, représentées par des croix sur les graphes, de la température potentielle (à gauche) et du flux cinématique de chaleur (à droite) à différentes hauteurs z. Quel est le type de profil de CLA suggéré par les mesures ?





5) Montrer par une analyse en ordre de grandeur et en utilisant les mesures que le terme de diffusion moléculaire est négligeable.
6) Préciser l'unité du flux cinématique de chaleur et estimer graphiquement sa valeur Q_0 en surface. En déduire la valeur du flux de chaleur sensible H_0 en surface.
7) Comment estimer z_i, hauteur de la CLA, à partir de ces deux graphes ?
8) De combien la température de la CLA varie-t-elle en 1 heure ?
9) On souhaite réaliser une fermeture d'ordre 1 pour le flux cinématique de chaleur. Déterminer pour quelles tranches d'altitudes cette fermeture est possible.
10) Estimer, en détaillant le calcul, la valeur du coefficient d'échange moyen K_{moy} entre 150 m et 750 m. Par la suite, on suppose que K est constant dans cette couche et vaut K_{moy}.
11) Comment varie généralement $K(z)$ dans la couche limite de surface (CLS) ? On suppose que celle-ci a une hauteur de 150 m, en déduire l'expression de $K(z)$ dans la CLS.
12) On donne l'équation du module du vent moyen dans la CLS neutre : $\overline{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$.

Rappeler la signification de u_* et z_0. Connaissant le module du vent aux hauteurs z_1 et z_2, donner l'expression littérale de z_0 et u_*. Application numérique : calculer z_0 et u_* pour : $z_1 = 10$ m, $z_2 = 100$ m, $\overline{u}(z_1) = 5$ m s^{-1} et $\overline{u}(z_2) = 7$ m s^{-1}
13) A quel type de surface cette valeur de z_0 correspond-elle ?