



CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT
D'ELEVES INGENIEURS DES TRAVAUX DE LA METEOROLOGIE

SESSION 2016

EPREUVE ECRITE OBLIGATOIRE
PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

La rigueur, le soin et la clarté apportés à la rédaction des réponses seront pris en compte dans la notation.
L'usage de la calculatrice type collègue est autorisé.
L'utilisation de toute autre documentation (dictionnaire, support papier, traducteur, téléphone portable, assistant électronique, etc...) est strictement interdite.

Cette épreuve comporte 8 pages (page de garde incluse).

PROBLEME : FONCTIONNEMENT DE L'OREILLE HUMAINE

Depuis l'expérience de Wener et Bray (1930) qui permet de mettre en évidence les phénomènes électriques de l'oreille interne, la compréhension du fonctionnement physique de l'oreille suscite de nombreux travaux de recherche. Parmi ces travaux, les expériences de Shaw (1974) généralisées par Pickles (1988) montrent l'amplification sélective des sons selon la fréquence par les différents constituants de l'oreille. L'étude qui suit permet de rendre compte qualitativement des mesures expérimentales à l'aide de modélisations élémentaires.

L'oreille est composée typiquement de trois parties représentées sur la figure 1.

- L'oreille externe : le pavillon ouvert à l'air libre collecte les sons vers le conduit auditif qui mène au tympan ;
- L'oreille moyenne : c'est une cavité remplie d'air et qui contient trois osselets. Elle permet la transmission et l'amplification des signaux mécaniques de l'oreille externe vers l'oreille interne ;
- L'oreille interne : sa structure est complexe : elle transforme les signaux mécaniques en signaux électriques vers le nerf auditif.

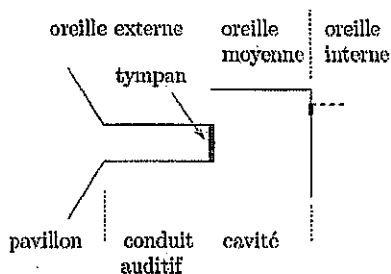


Figure 1

Dans la suite, nous développerons une modélisation très élémentaire de l'oreille externe et moyenne.

1) OREILLE EXTERNE :

Le tympan est modélisé par une membrane plane de masse m vibrant parallèlement à elle-même selon l'axe Ox . Ce modèle est schématisé sur la figure 2. Son déplacement par rapport à sa position d'équilibre est noté $x(t)$. Le tympan est soumis à une force de rappel $\overline{F}_{rap} = -kx(t)\overline{u}_x$, ainsi qu'à une force de frottement fluide $\overline{F}_{frott} = -h\overline{v}(t)$, avec h constante et $\overline{v}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\overline{u}_x$ la vitesse du tympan.

- 1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$ dans le cas non amorti ($h=0$).
En déduire la fréquence f_0 d'oscillation du tympan dans le cas non amorti.
- 2) Calculer f_0 et commentez sachant que l'oreille humaine est sensible aux sons de fréquences comprises entre 20 Hz et 20kHz.

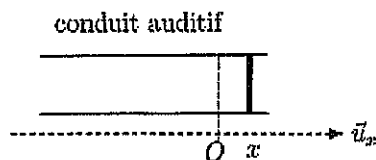


Figure 2

- 3) Ecrire l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$ en prenant en compte l'amortissement.
- 4) Résoudre cette équation en donnant la forme de la solution (on ne cherche pas ici à déterminer les constantes d'intégration) et en précisant le régime obtenu.

- 5) Calculer la pseudo-période T_0' et la pseudo-fréquence f_0' ainsi que la durée typique de décroissance $\tau' = \frac{2m}{h}$. Commentez ces résultats.
- 6) Tracer l'allure de la solution sachant que $x(t=0s)=x_0$ et que $\frac{dx(t=0s)}{dt} = 0$. (x_0 est une constante positive).

Données : Masse du tympan $m=15.10^{-6}$ kg. Raideur de la force de rappel s'exerçant sur le tympan $k=3500$ N.m⁻¹. Coefficient de frottement fluide du tympan : $h=0,10$ N.s.m⁻¹.

II) ANALOGIE ELECTRIQUE

Un son se traduit physiquement par une modification de pression. Ainsi le tympan se trouve soumis en plus à une force de pression liée aux sons perçus : $\overline{F_{pression}} = F \overline{u_x}$.

- 1) On considère le circuit représenté sur la figure 3, comportant un résistor de résistance R_1 , une bobine idéale d'inductance L_1 et un condensateur de capacité C_1 en série, le tout alimenté par une source de tension idéale de force électromotrice constante notée e .
 - a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)=C_1 u(t)$.
 - b) Montrer qu'il existe une analogie entre la situation du tympan soumis à la force de pression et celle du circuit. Les équivalents des grandeurs électriques R_1 , L_1 , C_1 et e seront clairement donnés. Exprimer f_{elec} , fréquence propre du circuit électrique en fonction de L_1 et C_1 .
 - c) Au vue des valeurs numériques précédentes, ainsi qu'aux valeurs de R_1 et L_1 , déduire celle de C_1 qui permet de réaliser l'analogie.

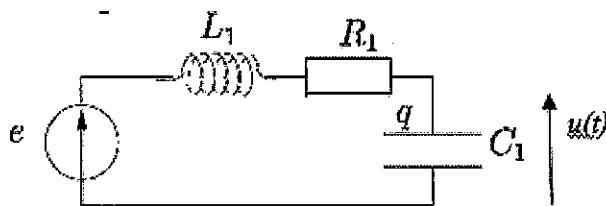


Figure 3

Données :

Résistance équivalente du tympan : $R_1=500 \Omega$. Inductance équivalente du tympan : $L_1=15$ mH.

- 2) Il est admis que la présence du conduit auditif avant le tympan change ce circuit équivalent en un circuit donné sur la figure 4, avec une inductance L_2 et une capacité C_2 supplémentaires. Cette modélisation simple fournit des résultats qualitativement corrects.

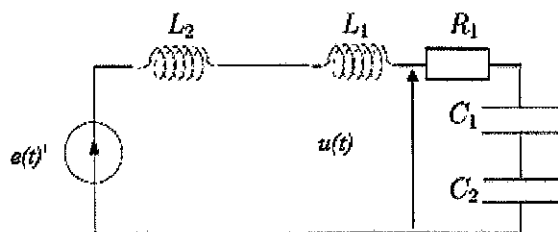
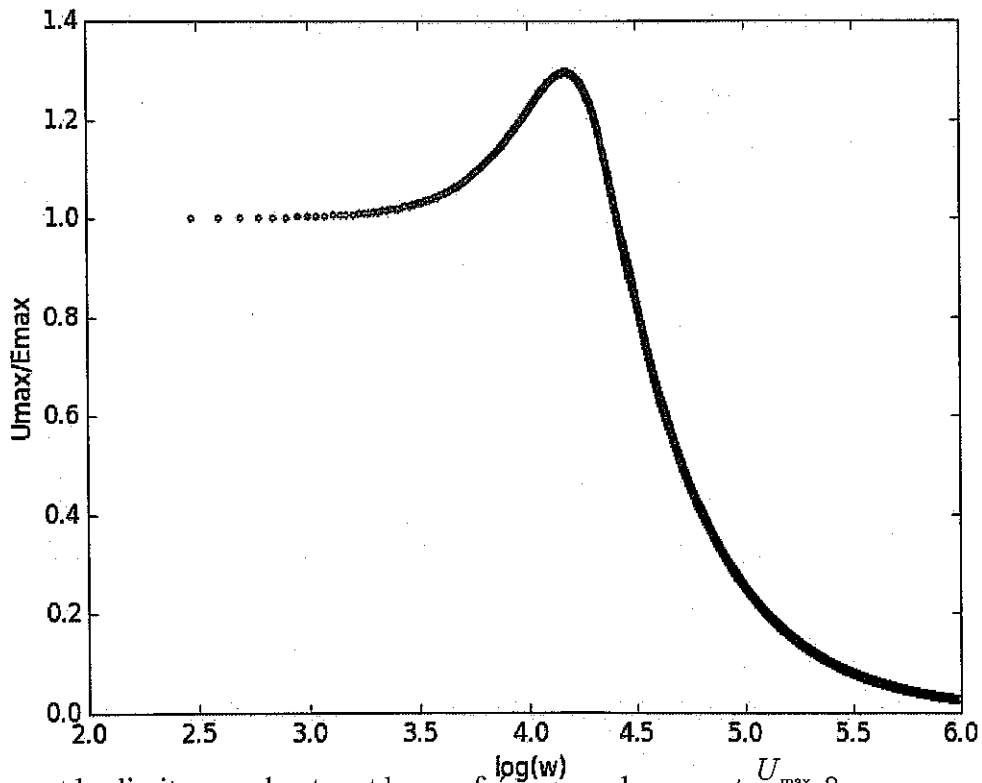


Figure 4

Le régime étudié est sinusoïdal et forcé, de pulsation ω , on donne $L_2=5$ mH et $C_1=C_2$.

A toute fonction du type $f(t) = F_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$, on associe sa représentation complexe: $\underline{f}(t) = F_{\max} e^{j(\omega t + \varphi)}$.

- Déterminer l'impédance équivalente à l'association en série de R_1 et des deux condensateurs.
- Déterminer $\underline{u}(t)$ (correspondant à la tension $u(t)$ représentée ci-dessus), telle que $u(t) = U_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$, en fonction de $\underline{e}(t)$ (correspondant à la tension $e(t)$ représentée ci-dessus, telle que $e(t) = E_{\max} \cos(\omega t)$), de $L_1, R_1, C_1, C_2, L_2, j$ et ω
- Trouver qualitativement (c'est-à-dire en raisonnant sur des schémas équivalents) les limites basses et hautes fréquences de $u(t)$.
- Déterminer l'expression de $\frac{U_{\max}}{E_{\max}}$ en fonction de la pulsation et des données du texte. Retrouver mathématiquement les limites aux basses et hautes fréquences de U_{\max} .
- Le graphe ci-après donne l'allure $\frac{U_{\max}}{E_{\max}}$ en fonction de $\log \omega$.



Quelles sont les limites aux hautes et basses fréquences du rapport $\frac{U_{\max}}{E_{\max}}$?

Quelle est la valeur maximale de ce rapport ?

A quelle fréquence f_{\max} correspond ce maximum ?

Comparer à f_0 .

THERMODYNAMIQUE 1

Une mole de dioxygène, considéré comme un gaz parfait diatomique ($\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$) se trouve à la

pression $p = 2,0$ bar et à la température $T = 280$ K dans une enceinte calorifugée munie d'un piston mobile, calorifugé et de masse négligeable bloqué grâce à une cale. On lui fait subir une brusque

détente dans l'air atmosphérique de pression supposée constante $p_0=1,0$ bar en supprimant la cale qui maintenait le piston.

1) Par quel(s) qualificatif(s), parmi les suivants, peut-on qualifier la transformation que subit le dioxygène ?
On justifiera la réponse.

Réversible ; irréversible ; isotherme ; adiabatique ; isobare ; isochore ; monobare.

2) Déterminer la température T atteinte par le gaz à la fin de la détente. Faire l'application numérique.

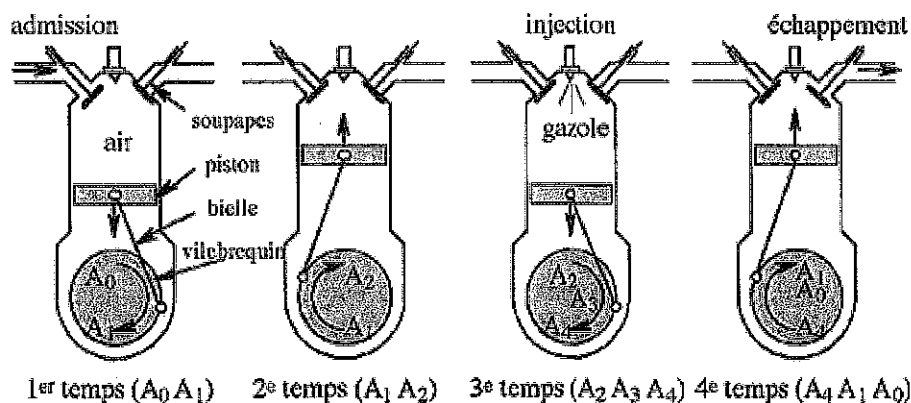
3) Exprimer l'entropie créée lors de cette transformation. Faire l'application numérique.

Données : constante des gaz parfait $R=8.314 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$. On rappelle également que : $1 \text{ bar}=10^5 \text{ Pa}$.

THERMODYNAMIQUE 2

Le moteur d'un véhicule automobile au gazole est un moteur atmosphérique qui fonctionne par autoallumage (sans bougie) du carburant. Le fonctionnement de ce moteur est décomposé ci-dessous :

- 1^{er} temps : il s'agit de l'admission de l'air (A_0A_1) dans le cylindre à pression constante (pression atmosphérique). Le piston, entraîné par le vilebrequin descend en aspirant l'air à pression constante.
-
- 2^e temps : le cylindre étant fermé, la compression adiabatique et réversible (A_1A_2) de l'air est réalisée grâce à la remontée du piston.
-
- 3^e temps : la détente ($A_2A_3A_4$), que l'on décomposera en deux parties dans le cycle thermodynamique (voir ci-dessous), constitue le temps moteur où la combustion se produit à pression sensiblement constante (A_2A_3) et où les gaz se détendent ensuite de façon adiabatique et réversible, entraînant le piston vers le bas en entraînant le vilebrequin.
- 4^e temps : l'échappement ($A_4A_1A_0$). Le système thermodynamique constitué par les gaz brûlés est ramené à la pression initiale (A_4A_1). Les gaz sont ensuite refoulés par la remontée du piston.



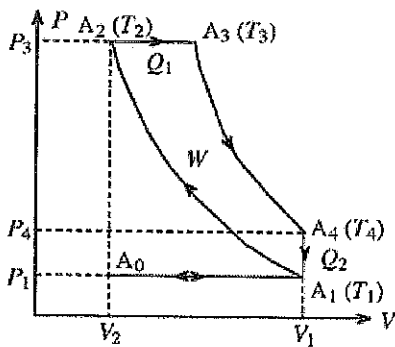
On considèrera que toutes les étapes sont réversibles. On considère également que :

- l'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M=29 \text{ g.mol}^{-1}$, caractérisé par $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.4$
- la quantité de carburant injectée est faible devant la quantité d'air et la combustion ne modifie pas cette quantité d'air, autrement dit que le gaz circulant dans ce moteur sera considéré comme un système fermé constitué d'une même quantité d'air tout au long du cycle.

1) Etude générale du cycle :

En début de compression (point A_1), l'air est admis dans le moteur à la pression $p_1=1$ bar et à la température $T_1=293$ K. Le taux de compression (rapport volumétrique $\frac{V_1}{V_2}$) est $a=15$ et le taux de détente (rapport volumétrique $\frac{V_1}{V_3}$) est $b=5$. On en déduit que $\frac{V_3}{V_2} = 3$.

- Déterminer puis calculer la pression p_2 et la température T_2 en fin de compression. (point A_2)
- Déterminer puis calculer les températures T_3 et T_4 en début et fin de détente (points A_3 et A_4) ainsi que la pression p_4 .
- Déterminer puis calculer les transferts thermiques molaires, (c'est-à-dire calculés pour une mole de gaz), $Q_{1,m}$ et $Q_{2,m}$ échangés entre une mole de gaz constituant le système thermodynamique et le milieu extérieur lors des transformations (A_2A_3) pour $Q_{1,m}$ et (A_4A_1) pour $Q_{2,m}$.
- Déterminer puis calculer le travail molaire $W_{T,m}$ échangé par une mole de ce système lors d'un cycle ($A_1A_2A_3A_4A_1$).
- Déterminer puis calculer r_{moteur} le rendement de ce moteur.



2) Etude de la combustion :

- La cylindrée du moteur (volume total maximal des cylindres du moteur) est $V_1=2$ L. Déterminer le nombre de moles d'air impliqué dans chaque cycle et en déduire le transfert thermique Q_1 échangé par le système thermodynamique pendant la phase de combustion (A_2A_3). Faire l'application numérique.
- Le transfert thermique obtenu par la combustion d'un kilogramme de carburant est $q=46,8.10^3$ kJ.kg⁻¹. En déduire la masse de carburant, $m_{carburant}$, utilisée à chaque cycle. Faire l'application numérique.
- A une vitesse $v=130$ km.h⁻¹, le vilebrequin tourne à 3000 tr.min⁻¹. Sachant qu'un cycle correspond à deux aller-retour du piston, c'est-à-dire deux tours de vilebrequin, déterminer la durée τ d'un cycle et la distance d parcourue par le véhicule pendant ce cycle. Faire l'application numérique.
- En déduire la consommation de carburant c en litres aux 100 km de ce véhicule à cette vitesse. La masse volumique du carburant (gazole) est $\rho = 0.8$ kg.L⁻¹.

Données : constante des gaz parfait $R=8.314$ J.mol⁻¹.K⁻¹.

ELECTROMAGNETISME

Première partie : Champ magnétique créé par un tore et passage au solénoïde infini

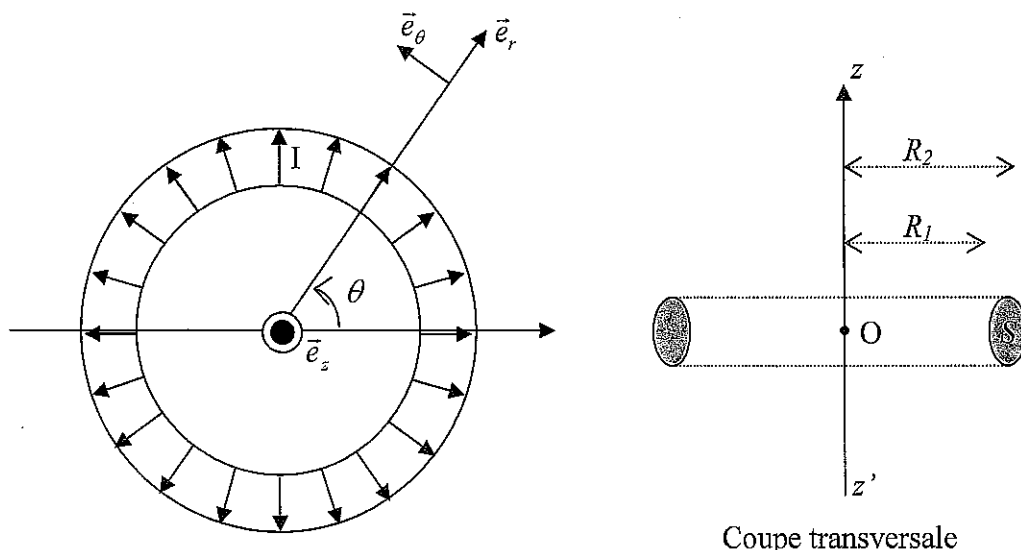
- 1) Énoncer le théorème d'Ampère dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires. On veillera à expliquer soigneusement la signification des différents termes qui apparaissent dans cet énoncé.

On désire dans les questions qui suivent, retrouver l'expression du champ magnétique créé par un solénoïde infini à partir de l'étude d'un tore.

Un tore est engendré par la rotation d'une surface plane S autour d'un axe (Oz) . Un fil conducteur est régulièrement enroulé sur le tore et forme une bobine de N spires parcourues par un courant I .

L'espace est rapporté à la base cylindrique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. Un point quelconque de l'espace est repéré par ses coordonnées (r, θ, z) .

Soit R_1 le rayon intérieur du tore et R_2 le rayon extérieur.



Vue de dessus

Coupe transversale

- 2) Symétries

Étudier les symétries et invariances de la distribution de courant. En déduire que le champ magnétique se met sous la forme $\vec{B} = B(r, z)\vec{e}_\theta$ où $B(r, z)$ est une fonction qui ne dépend que des variables d'espace r et z .

- 3) Expression du champ magnétique

En utilisant le théorème d'Ampère, déterminer l'expression du champ magnétique \vec{B} en un point M de l'espace repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) . On distinguera les deux cas où le point M se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur du tore.

- 4) Cas d'un solénoïde infini

En remarquant que le tore précédent se comporte comme un solénoïde infini lorsque son rayon tend vers l'infini, justifier l'expression, rappelée précédemment, du champ magnétique créé par un solénoïde infini en tout point de l'espace.

Deuxième partie : Inductance d'un solénoïde

On désire dans cette partie déterminer l'inductance d'un solénoïde de deux manières différentes.

On considère un solénoïde de longueur l constitué de N spires régulièrement espacées, supposées jointives, de section S . Sa longueur l est très grande devant ses dimensions latérales et on peut considérer que le solénoïde se comporte comme un solénoïde infini.

Les spires du solénoïde sont parcourues par un courant d'intensité i .

- 5) Détermination de l'inductance du solénoïde en considérant le flux propre

En précisant clairement les orientations choisies pour le calcul, déterminer le flux Φ_0 du champ magnétique \vec{B} calculé précédemment à travers une spire du solénoïde. En déduire le flux propre Φ_{propre} du champ magnétique à travers le solénoïde.

En déduire l'inductance L du solénoïde en fonction de μ_0 , l , N et S .

- 6) Détermination de l'inductance du solénoïde en considérant l'énergie magnétique

a) Soit un solénoïde d'inductance L et parcouru par un courant i variable au cours du temps.

En négligeant la résistance du solénoïde et en utilisant la convention récepteur que l'on précisera, rappeler l'expression de la tension u_L aux bornes du solénoïde précédent. On exprimera u_L en fonction de L et i .

b) En écrivant la puissance électrique instantanée mise en jeu dans la bobine, en déduire l'expression, en fonction de L et i , de l'énergie magnétique E_L accumulée par le solénoïde.

c) En considérant l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique rappelée au début du problème, déterminer une autre expression de l'énergie magnétique E_L accumulée par le solénoïde.

En déduire l'expression de l'inductance L du solénoïde en fonction de μ_0 , l , N et S .

