Concours pour le recrutement de

Techniciens Supérieurs de la Météorologie de première classe

(spécialité exploitation)

****

Session 2013

****

Epreuve n° 2

Mathématiques et Physique-Chimie

(Epreuve commune au concours externe et au concours interne)

L'utilisation d'une calculatrice de poche, standard, programmable, alphanumérique ou à écran graphique est autorisée, à condition que son fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, ni de dispositif externe de stockage d'information (cartes, clés USB, etc.…).

L'utilisation de toute autre documentation sur support papier ou électronique est strictement interdite.

Durée : 3 heures — Coefficient : 5

Cette épreuve comprend deux parties

- Partie A : Mathématiques (10 points)
- Partie B : Physique-Chimie (10 points)

Les réponses à la partie A doivent être apportées sur la feuille-réponse **verte**.

Les réponses à la partie B doivent être apportées sur la feuille-réponse **jaune**.

Consignes

Vous collerez l'étiquette *« candidat »* remise à votre arrivée sur la feuille-réponse Partie A - Mathématiques (feuille verte).

Vous recopierez le numéro de table indiqué sur l'étiquette « candidat » sur la feuille-réponse Partie B - Physique-Chimie (feuille jaune).

Cette épreuve comporte 8 pages (celle-ci comprise).

Partie A - Mathématiques

Le sujet est un QCU, questionnaire à choix unique, composé de quatre exercices indépendants comprenant chacun 3 questions. Chaque question a une réponse exacte et une seule.

Vous porterez votre réponse en cochant la case correspondant à votre choix sur la feuille-réponse verte distribuée avec le sujet

Eléments de barème :
- Toute réponse illisible, fausse ou multiple sera pénalisée.
- Les questions restées sans réponse ne seront pas prises en compte.

Exercice 1 : Etude d'une suite réelle

On considère une droite D munie d'un repère $\left(O,\vec{i}\right)$ et une suite (A_n) de points de D définie par :

- $A_0 = O$
- A_1 est le point d'abscisse 1
- Pour tout entier naturel n, le point A_{n+2} est le milieu du segment $[A_n, A_{n+1}]$

On note a_n l'abscisse de point A_n.

1- On calcule a_{n+2} en fonction de a_{n+1} et a_n. On obtient, pour tout entier naturel n (*Question 1*) :

A	B	C	D
$a_{n+2}=\dfrac{a_{n+1}+a_n}{2}$	$a_{n+2}=\dfrac{a_{n+1}-a_n}{2}$	$a_{n+2}=\left\lvert\dfrac{a_{n+1}-a_n}{2}\right\rvert$	$a_{n+2}=\left\lvert\dfrac{a_{n+1}}{2}\right\rvert$

2- On peut montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n (*Question 2*) :

A	B	C	D
$a_{n+1}=\dfrac{a_n+1}{2}$	$a_{n+1}=\dfrac{a_n-1}{2}$	$a_{n+1}=-\dfrac{a_n}{2}+1$	$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2}+1$

3- On considère la suite $\left(b_n\right)$ définie par : $b_n = a_n - \dfrac{2}{3}$. On peut montrer que cette suite est géométrique et en déduire sa limite, puis celle de la suite $\left(a_n\right)$.

On obtient (*Question 3*) :

A	B	C	D
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \frac{2}{3}$

Exercice 2 : Etude d'une fonction et d'une suite récurrente

On considère une fonction f définie sur $D = [0,+\infty[$ par : $f(x) = 6 - \dfrac{5}{x+1}$ et une suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = a \in D \\ u_{n+1} = f(u_n), \text{ pour tout } n \text{ entier naturel} \end{cases}$

On pose $\alpha = \dfrac{5+\sqrt{29}}{2}$ et $\beta = \dfrac{5-\sqrt{29}}{2}$

1- On étudie les variations de la fonction f et on cherche à résoudre l'équation $f(x) = x$. On obtient (*Question 4*) :

A	B	C	D
f décroissante et il existe deux solutions α et β à $f(x) = x$	f croissante et il existe deux solutions α et β à $f(x) = x$	f décroissante et il existe une unique solution α à $f(x) = x$	f croissante et il existe une unique solution α à $f(x) = x$

2- On étudie les variations et la limite de la suite (u_n) pour $a = 8$. On a (*Question 5*) :

A	B	C	D
(u_n) croissante et de limite α	(u_n) décroissante et de limite α	(u_n) croissante et de limite β	(u_n) décroissante et de limite β

3- On étudie les variations et la limite de la suite (u_n) pour $a = 2$. On a (*Question 6*) :

A	B	C	D
(u_n) croissante et de limite α	(u_n) décroissante et de limite α	(u_n) croissante et de limite β	(u_n) décroissante et de limite β

Exercice 3 : Géométrie

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on donne quatre points : $A(1, 2, -1)$, $B(-3, -2, 3)$, $C(0, -2, -3)$ et $D(1, 1, 1)$.

1- Soients $\vec{u}(-1,2,1)$ et $\vec{v}(2,-1,1)$. On a (<u>*Question 7*</u>) :

A	B	C	D
A, B, C alignés et $\vec{u}$ vecteur normal à la droite (*AB*).	*A, B, C* alignés et $\vec{v}$ vecteur normal à la droite (*AB*).	*A, B, C* non alignés et $\vec{u}$ vecteur normal au plan (*ABC*).	*A, B, C* non alignés et $\vec{v}$ vecteur normal au plan (*ABC*).

2- Soient *P* le plan dont une équation est : *x + y – z + 2 = 0* et *d* la droite passant par *A* et dirigée par $\overrightarrow{DC}$. On a (<u>*Question 8*</u>) :

A	B	C	D
P est orthogonal au plan (*ABC*) et à la droite *d*.	*P* n'est orthogonal ni au plan (*ABC*) ni à la droite *d*.	*P* est orthogonal au plan (*ABC*) mais pas à la droite *d*.	*P* est orthogonal à la droite *d* mais pas au plan (*ABC*).

3- On considère l'ensemble *E* des points *M* de l'espace qui vérifient : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=12$.

On a (<u>*Question 9*</u>) :

A	B	C	D
E est une droite	*E* est un cercle	*E* est un plan	*E* est une sphère

Exercice 4 : Probabilités

Une urne contient 3 boules blanches et 7 boules noires indiscernables au toucher. Une partie consiste à prélever au hasard, successivement et avec remise, deux boules dans cette urne. On établit la règle suivante :

- un joueur perd 9€ si les deux boules tirées sont blanches
- un joueur perd 1€ si les deux boules tirées sont noires
- un joueur gagne 5€ si les deux boules tirées sont de couleurs différentes.

On note p la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes.

On obtient (*Question 10*) :

A	B	C	D
$p = 0,25$	$p = 0,42$	$p = 0,333...$	$p = 0,7$

1- Un joueur joue n parties identiques et indépendantes. On note p_n la probabilité que le joueur gagne au moins une fois au cours des n parties. On a (*Question 11*) :

A	B	C	D
$p_n = 0,25n$	$p_n = 0,25^n$	$p_n = 1 - (0,58)^n$	$p_n = (0,58)^n$

2- On calcule N le nombre minimal de parties que le joueur doit jouer afin que la probabilité de gagner au moins une fois soit supérieur à 99%. On a (*Question 12*):

A	B	C	D
$N = 7$	$N = 8$	$N = 9$	$N = 10$

Partie B – Physique-Chimie

Le sujet est un QCU, composé de 12 exercices indépendants, comportant chacun une question. Chaque question à une réponse exacte et une seule.

Vous porterez votre réponse en cochant la case correspondant à votre choix sur la feuille-réponse jaune distribuée avec le sujet

Eléments de barème :

- Toute réponse illisible, fausse ou multiple sera pénalisée.

- Les questions restées sans réponse ne seront pas prises en compte.

Exercice n°1

La magnitude M d'un séisme sur l'échelle de Richter est une fonction logarithmique de l'amplitude maximale A (déplacement maximal) du mouvement du sol en un point ou de l'énergie libérée par le séisme. La différence de magnitude entre deux événements se traduit par la relation suivante :

$$M_1\text{-}M_2 = \log(A_1/A_2)$$

Quel est le rapport des amplitudes mesurées dans les mêmes conditions pour deux séismes de magnitude respective 5 et 9 ?

a) 0,602 b) 54,6 c) 10000 d) 4

Exercice n°2

Le biathlon est une épreuve combinant ski et tir à la carabine. On étudie un aspect du parcours d'un athlète de masse M = 75kg portant une carabine de masse m = 4 kg. Lors du tir, une balle de masse m_b = 5 g est expulsée de la carabine avec une vitesse V_b = 310 m.s^{-1}, par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen. La balle doit atteindre l'une des cibles disposées sur un support.

Calculer la vitesse de recul V_c de la carabine ?

a) 1,2 m.s^{-1} b) 0,12 m.s^{-1} c) 0,39 m.s^{-1} d) 3,9 m.s^{-1}

Exercice n°3

Un mur extérieur d'une maison est constitué de briques. Il est sans ouverture. Sa surface est égale à S = 60 m^2 et son épaisseur de e = 20 cm. La conductivité thermique de la brique est c_T = 0,67 W.m^{-1}.K^{-1}

Calculer le flux thermique Φ à travers le mur lorsque la température extérieure est 0°C et la température intérieure de 20 °C.

a) 4 kW b) 40 kW c) 40 W d) 4 W

Exercice n°4

On considère un atome de rubidium isolé, immobile, dans le référentiel d'étude supposé galiléen. Cet atome passe d'un état excité à l'état fondamental en émettant un photon. Calculer la valeur de la vitesse de l'atome de rubidium, considéré comme un système isolé.

Données : λ = 0,78 µm ; m (Ru) = $1,45.10^{-25}$ kg ; h = $6,62.10^{-34}$ $J*s^{-1}$

a) $1,75.10^{-4}$ $m.s^{-1}$ b) $1,75.10^{-5}$ $m.s^{-1}$ c) $1,18.10^{-4}$ $m\ s^{-1}$ d) $1,18.10^{-5}$ $m.s^{-1}$

Exercice n°5

Evaluer le rapport des puissances d'entrée et de sortie d'un signal électromagnétique transmis par la tête d'une antenne parabolique le long d'un câble de longueur l = 50 m, sachant que le coefficient d'atténuation du câble pour ce type de transmission vaut 0,2 $dB.m^{-1}$.

a) 100 b) 10 c) 1000 d) 10000

Exercice n°6

Dans le cas de la diffraction d'une onde lumineuse monochromatique, de longueur d'onde λ, par une fente de largeur *a*, l'écart angulaire de diffraction θ, a pour expression :

a) λ/a b) a/λ c) $\lambda.a$ d) $\sin^{-1}(\lambda/a)$

Exercice n°7

On considère deux mobiles M_1 et M_2 se déplaçant sur un axe (Ox) dans un référentiel galiléen avec des vitesses respectives V_1 et V_2.

Donner, selon la théorie de la relativité restreinte, l'expression de la vitesse de déplacement de M_2 par rapport à M_1.

a) $V_D = V_2/V_1 \cdot (1-V_1V_2/c^2)$ b) $V_D = (V_2-V_1) \cdot (1-V_1V_2/c^2)^{½}$

c) $V_D = (V_2-V_1) / (1-V_1*V_2/c^2)$ d) $V_D = (V_2/V_1) \cdot (1-V_1V_2/c^2)^{½}$

Exercice n°8

Lorsqu'on réalise des interférences avec des fentes d'Young, les deux fentes étant très proches l'une de l'autre, leurs figures de diffraction sont superposées. Sur l'écran, les franges d'interférences sont visibles en particulier dans la tache centrale de diffraction. On compte 11 franges brillantes dans cette tache centrale de diffraction.

Déterminer le rapport entre la largeur *a* de la frange et la distance *b* entre deux franges, noté l/i.

a) *b/a* b) *2b/a* c) *a/2b* d) *2a/b*

Exercice n°9

Afin de numériser un signal sonore, on utilise un microphone relié à une carte d'acquisition de résolution 8 bits, utilisée sur le calibre [-1V ; +1V]. On enregistre pendant une durée de temps Δt = 100ms, et de la manière la plus fidèle possible avec cette carte, un son de fréquence 500 Hz.

Déterminer le pas *p* de la carte avec le calibre choisi.

a) 0,00078 V b) 0,078 V c) 0,78 V d) 7,8 V

Exercice n°10

La planète Mars effectue le tour du Soleil en T = 687 jours. On suppose que les trajectoires de Mars et de la Terre sont des cercles de même centre S, confondu avec le centre du Soleil. Le Soleil est considéré comme un solide à répartition sphérique de masse.

Calculer la valeur de la vitesse linéaire de Mars autour du soleil.

Données :
Rayon de la trajectoire de Mars $r_M = 2{,}28.10^{11}$ m
Rayon de la trajectoire de la Terre $r_T = 1{,}5.10^{11}$ m
Masse du soleil $M_S = 2.10^{30}$ kg
Constante de gravitation g = $6{,}67.10^{-11}$ $N.m^{-2}kg^{-2}$

a) 2,4 $m.s^{-1}$ b) 24 $km.s^{-1}$ c) 24 $m.s^{-1}$ d) 2,4 $km.s^{-1}$

Exercice n°11

Un radar fixe automatisé détermine la vitesse V d'un véhicule grâce à l'effet Doppler et prend une photographie s'il est en infraction. Le dispositif utilise une antenne qui émet une onde électromagnétique de fréquence f = 34GHz. Celle-ci se propage avec une célérité *c* en direction du véhicule qui la réfléchit. En notant *α* l'angle entre la direction de la route et de la visée, l'écart de fréquence a pour expression :

a) $\Delta f = (2c/V).f.\cos\alpha$ b) $\Delta f = (c/(V).f.\cos\alpha$ c) $\Delta f = (2V/c).f.\cos\alpha$ d) $\Delta f = (V/c).f.\cos\alpha$

Exercice n°12

Calculer la valeur de l'intensité sonore *I* pour le niveau d'intensité sonore L = 110 dB.

Donnée : $I_0 = 10^{-12}$ $W.m^2$

a) 10 $W.m^{-2}$ b) 10^{-1} $W.m^{-2}$ c) 100 $W.m^{-2}$ d) 1 $W.m^{-2}$